

PRÜFUNG DER FACHHOCHSCHULREIFE an Berufskollegs zum Erwerb der Fachhochschulreife u.a.	Hauptprüfung 2 0 0 5
Fach : M a t h e m a t i k	Aufgabe 3

L Ö S U N G S V O R S C H L A G

Punkte

- 3.1 Aus der Zeichnung: $a = -2$ (y-Differenz der relativen Extrema = 4 und Spiegelung von $y=\sin(x)$ an der x-Achse)
 $b = 1$ (Verschiebung um 1 in y-Richtung)
 Periodenlänge: $p = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$

6

- 3.2 $f'(x) = 1,5 \sin(0,5x)$; $f''(x) = 0,75 \cos(0,5x)$; $f'''(x) = -0,375 \sin(0,5x)$

Hoch- und Tiefpunkte

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2\pi \vee x = -2\pi$$

$$f''(0) = 0,75 > 0 \quad \wedge \quad f(0) = -2 \quad \Rightarrow T(0 | -2)$$

$$f''(2\pi) = -0,75 < 0 \quad \wedge \quad f(2\pi) = 4 \quad \Rightarrow H_1(2\pi | 4)$$

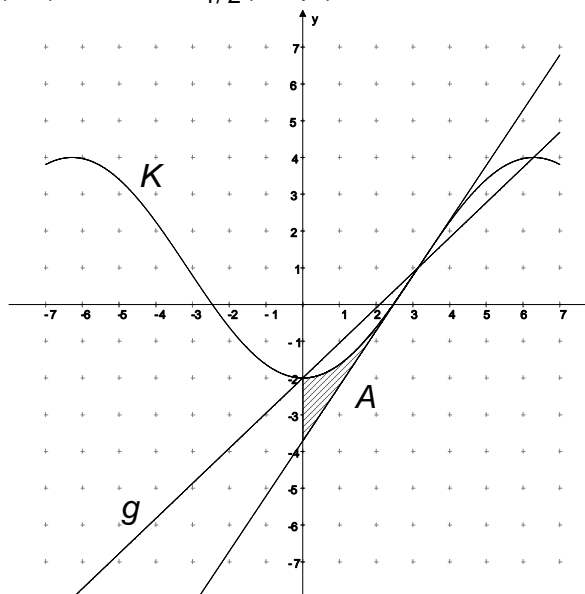
$$f''(-2\pi) = -0,75 < 0 \quad \wedge \quad f(-2\pi) = 4 \quad \Rightarrow H_2(-2\pi | 4)$$

Wendepunkte

$$f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pi \vee x = -\pi$$

$$f'''(\pm\pi) = 0,375 \neq 0 \quad \wedge \quad f(\pm\pi) = 1 \quad \Rightarrow W_{1/2}(\pm\pi | 1)$$

Zeichnung:



10

- 3.3 Aus $W_1(\pi | 1) \Rightarrow f'(\pi) = 1,5 \quad \wedge \quad f(\pi) = 1$

Wendetangente: $y = 1,5(x - \pi) + 1 = 1,5x - 1,5\pi + 1$.

$$A = \int_0^{\pi} (f(x) - t(x)) dx = \int_0^{\pi} (-3 \cos(0,5x) + 1 - 1,5x - 1 + 1,5\pi) dx \approx 1,402$$

6

- 3.4 Zielfunktion: $d(u) = g(u) - f(u) = 3 \cos(0,5u) + \frac{3}{\pi}u - 3$, $0 \leq u \leq \pi$

Bedingung: $d'(u) = 0 \Rightarrow u \approx 1,38$

Randwertbetrachtung: $d(0) = 0$; $d(\pi) = 0$; $d(1,38) \approx 0,63$.

Für $u \approx 1,38$ ist die Länge der Strecke PQ maximal.

8